Kapitel 2 – Berechenbarkeit – Stichpunkte

- Turing-Berechenbarkeit (= While = GOTO = μ-rek) entspricht intuitivem Berechenbarkeitsbegriff.
- Turingmaschine

  Mehrband = Einband (auf einem Band simulierbar)

  $$\chi = \begin{cases} 1, & w \in A \\ \text{undef.}, & w \notin A \end{cases} \quad \hat{=} \text{ semi-entscheidbar}$$

- LOOP-Programme

  modifizierte Subtraktion

- While -

  Kleene: Jede while-berechenbare Fkt. kann durch ein while-Prog. mit nur einer while-Schleife simuliert werden.

- GOTO -

„immer nur benutzen, was auch definiert ist ...“

$$\begin{array}{c} \text{GOTO} \rightleftarrows \text{WHILE} \longrightarrow \text{TM} \;\hat{=}\; \mu\text{-rek.} \;\; \text{semi-entsch.} \\ \uparrow \\ \text{LOOP} \;\; \hat{=} \text{ prim. rek. entschbar} \end{array}$$

Dass der Rückpfeil nicht gilt zeigt gerade die ACKERMANNFKT.

- Entscheidbar:
$$\chi_A = \begin{cases} 1 & , w \in A \\ 0 & , w \notin A \end{cases}$$

- SEMI-Entscheidbar:
$$\chi_A = \begin{cases} 1 & , w \in A \\ \text{undef.} & , w \notin A \end{cases}$$

- A entscheidbar $\Leftrightarrow$ $A, \bar{A}$ semi-entscheidbar $\Leftrightarrow$ $\bar{A}$ entscheidbar

- rek. aufzählbar: ($\hat{=}$ semi-entscheidbar)
  $\exists$ totales, berechenbares $F: \mathbb{N} \to \Sigma^*$, das A aufzählt

rek. aufz.bar = semi-entsch.bar = Typ 0 = $\exists$ TM, die A berechnet
= χ_A ist Turing-/While-/GOTO-berechenbar
= A ist Def.ber. eines berechenbaren Fkt.
= A ist Werteber. ~

- abzählbar:
  hier muss F nicht mehr ber.bar sein

Reduktion:

$A \leq B \Leftrightarrow \exists$ totale berechenbare Fkt. F mit
$(x \in A \Leftrightarrow F(x) \in B)$

Für A nehmen wir ein Problem, von dem wir wissen, dass es unentscheidbar ist und betten es in B ein. (eben durch F)
Somit ist A ein Spezialfall von B und wenn der Spezialfall schon unentscheidbar ist, so ist B unentscheidbar.

- unentscheidbar sind:
  spezielles Halteproblem: $\{w \in \{0,1\}^* \mid M_w$ angesetzt auf w hält$\}$
  Halteproblem: $\{w\#x \mid M_w$ anges. auf x hält$\}$ $= H$
  H auf leerem Band: $\{w \mid M_w$ anges. auf leerem Band hält$\}$ $= H_0$

- Satz von Rice:
  sei $S \neq \emptyset$ und $S \neq R$ nur dann gilt:
  $C(S) = \{w \mid$ Die von M_w bes. Fkt. liegt in $S\}$
  ist unentscheidbar.

- PCP: geg. Paare (x_i, y_i)
  ges. Gibt es Aneinanderreihung der Paare, so dass $x_{i_1} \dots x_{i_n} = y_{i_1} \dots y_{i_n}$
  Schon ab zweielementigem Alphabet unentscheidbar.

- unentscheidbare Grammatikprobleme (→ S.126 ff)