Übungen zur Vorlesung **WS 2001/2002**
Informatik III **Universität Tübingen**
Lange / Reinhardt **27.11.2001**

6. Übungsblatt: Reguläre und kontextfreie Sprachen

Aufgabe 1. (**H** 2+1+1+5+1+2 Punkte)
Der Shuffle-Operator $\sqcup\!\sqcup$ (Mischen) für zwei Sprachen ist definiert durch

$$L_1 \sqcup\!\sqcup L_2 := \{v_1w_1v_2w_2...v_nw_n \mid \forall i \; v_i, w_i \in \Sigma^*, v_1v_2...v_n \in L_1, w_1w_2...w_n \in L_2\}.$$

Wörter in $L_1 \sqcup\!\sqcup L_2$ werden also aus einem Wort $v \in L_1$ und $w \in L_2$ durch beliebiges Zusammenmischen gebildet. Dies entspricht etwa dem Zusammenschieben zweier Kartenstapel. (Es können auch 'entartete' Fälle wie vw oder wv auftreten.)
a) Sei $L_1 = L((aaa)^*)$ und $L_2 = L((bbbb)^*)$. Geben sie einen endlichen Automaten für $L := L_1 \sqcup\!\sqcup L_2$ an. (L ist also die Sprache der Wörter, bei denen die Anzahl der a's durch 3 und die Anzahl der b's durch 4 teilbar ist.)
b) Wie gross ist die Zahl n aus dem Pumping Lemma für die Srache L aus a) ?
c) Sei $x = bbbabbbabbbabbb$. Wie lautet eine mögliche Zerlegung von x in uvw gemäss dem Pumping Lemma für L aus a) ?
d) Zeigen Sie mit Hilfe einer Kreuzproduktautomaten-Konstruktion, dass die regulären Sprachen unter $\sqcup\!\sqcup$ abgeschlossen sind.
e) Geben Sie eine Methode an um das Leerheitsproblem von $L_1 \sqcup\!\sqcup L_2$ zu entscheiden.
f) Geben Sie eine Methode an um das Wortproblem von $L_1 \sqcup\!\sqcup L_2$ für ein gegebenes Wort w zu entscheiden.

Aufgabe 2. (**H** 4 Punkte)
Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping Lemma, dass
$L = \{\, w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w)$ und $\#_b(w)$ sind teilerfremd $\}$ nicht regulär ist.

Aufgabe 3. (**H** 5 Punkte)
Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A, B\}, \{0, 1, *, +, (,)\}, P, S\}$ mit
$P = \{S \to A,\; S \to A + A,\; A \to B,\; A \to B * B,\; B \to 0,\; B \to 1,\; B \to (S)\}$.
Bringen Sie die Grammatik in Chomsky Normalform.

Aufgabe 4. (**H** 7 Punkte)
Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit
$P = \{S \to SA,\; S \to AcBcAc,\; A \to BB,\; B \to AbBbA,\; B \to c,\; B \to \epsilon\}$.
Bringen Sie die Grammatik in Chomsky Normalform.

Aufgabe 5. (**H** 5 Punkte)
Für $L \subseteq \Sigma^*$ ist $L^R := \{\, x \in \Sigma^* \mid x^R \in L\,\}$, dabei ist $x^R := x_n \dots x_2x_1$ die Spiegelung von $x = x_1x_2 \dots x_n \in \Sigma_1^*$. Man zeige: Ist L kontextfrei, so auch L^R.