

4. Übungsblatt: Reguläre Sprachen/Ausdrücke

Aufgabe 1. (H 5 Punkte)

Für einen DFA $M = (Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$ wurde $\hat{\delta}$ induktiv über die Wortlänge definiert durch $\hat{\delta}(z, \epsilon) := z$ und $\hat{\delta}(z, aw) := \hat{\delta}(\delta(z, a), w)$ für $a \in \Sigma$ und $w \in \Sigma^*$. Zeigen Sie, dass die alternative Definitionsmöglichkeit $\hat{\delta}'(z, \epsilon) := z$ und $\hat{\delta}'(z, wa) := \delta(\hat{\delta}'(z, w), a)$ zur gleichen Funktion führt, dass also $\hat{\delta}(z, w) := \hat{\delta}'(z, w)$ für alle $z \in Z$ und $w \in \Sigma^*$ gilt.

Aufgabe 2. (H 4 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussagen über reguläre Ausdrücke:

$$aa^* = a^*a, \quad a^* = (\epsilon | (aa^*))^*, \quad (a^*b^*)^* = (a | b)^*, \quad (ab)^*a = a(ba)^*$$

Aufgabe 3. (H 3+3 Punkte)

Geben Sie reguläre Ausdrücke an, die L_1 und L_2 über $\Sigma = \{a, b\}$ beschreiben:

$$L_1 := \{x \mid \#_a(x) > 1 \Leftrightarrow \#_b(x) \leq 1\}$$

$$L_2 := \{x \mid x \text{ enthält eine gerade Anzahl von } a\text{'s und von } b\text{'s}\}.$$

Aufgabe 4. (H 3+3+3 Punkte)

Gegeben seien die Sprachen L_3, L_4 und L_5 durch die regulären Ausdrücke

$$L_3 := L((a(ab | ba)^*b | b(ab | ba)^*a)^*),$$

$$L_4 := L((bc)^*a(b^*a | c^*a)^*) \text{ und}$$

$$L_5 := L((b | c)^*a((b^*a)^* | (c^*a)^*))$$

konstruieren Sie die dazugehörigen endliche Automaten.

Aufgabe 5. (H 6 Punkte)

Geben Sie einen regulären Ausdruck für den folgenden nichtdeterministischen Automaten $M = (\{z_1, z_2, z_3\}, \{a, b\}, \delta, z_1, \{z_3\})$ mit

$$\delta = \{(z_1, a, z_2), (z_2, a, z_3), (z_3, a, z_1), (z_2, b, z_1), (z_2, b, z_2)\} \text{ an.}$$

Aufgabe 6. (Zusatzaufgabe, falls Zeit übrig)

Beim Florettfechten wollen wir folgende Ereignisse unterscheiden:

s_i : Fechter i mit $i \in \{1, 2\}$ startet einen Stich und erhält damit das Angriffsrecht (nur möglich, wenn der andere das Angriffsrecht nicht hat),

g_i : Fechter i trifft auf der gültigen Trefferfläche,

u_i : Fechter i trifft, aber auf der ungültigen Trefferfläche,

v_i : Fechter i verfehlt sein Ziel und verliert damit das Angriffsrecht,

p_i : Fechter i pariert einen Stich von Fechter $3 - i$ und erhält damit seinerseits das Angriffsrecht und startet einen Stich.

Erfolgt ein Treffer, so darf kein neuer Stich mehr gestartet werden. Treffen beide, so kann nur derjenige einen Punkt erzielen, der das Angriffsrecht hat. Ein Punkt kann nur durch einen Treffer auf der gültigen Trefferfläche erzielt werden. Beispiele: Bei der Folge $s_1p_2v_2s_1p_2p_1g_2u_1$ erhält keiner einen Punkt, bei $s_1p_2p_1g_1$ oder bei $s_2p_1v_1s_1g_2g_1$ erhält Fechter 1 einen Punkt und bei $s_2p_1v_1s_1g_2v_1$ oder $s_2p_1v_1s_1g_2p_2$ erhält Fechter 2 einen Punkt.

a) Geben sie einen endlichen Automaten an, der die Sprache der 'Gefechtswörter', bei denen Fechter 1 einen Punkt erhält, akzeptiert. Hinweis: Ohne die Fehlerzustände genügen 6 Zustände.

b) Geben Sie einen regulären Ausdruck für den Automaten aus a) an.