

## 8. Übungsblatt: Kellerautomaten

### Aufgabe 1. (H 4+4 Punkte)

Geben Sie zu **zwei** der folgenden Sprachen Kellerautomaten an, die sie akzeptieren:

$$L_1 = \{ a^{m_1} b a^{m_2} b \dots b a^{m_n} \mid n \geq 2, m_1, \dots, m_n \geq 0 \text{ und es gibt } 1 \leq i, j \leq n \\ \text{mit } m_i \neq m_j \},$$

$$L_2 = \{ a^n b^m \mid m \leq n \leq 2m, n, m \in \mathbb{N} \},$$

$$L_3 = \{ x \in \{a, b\}^+ \mid \#b\text{'s in } x \leq 2 \#a\text{'s in } x \leq 2 \#b\text{'s in } x \},$$

$$L_4 = \{ b_n \& b_{3n}^R \mid n \geq 1 \}.$$

### Aufgabe 2. (H 5 Punkte)

Sei  $L = N(M)$  für einen Kellerautomaten  $M$ , der nie mehr als  $k$  Zeichen im Keller hat, für ein festes  $k \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, dass  $L$  regulär ist.

### Aufgabe 3. (H 2+5+2+5+4 Punkte)

In der Vorweihnachtszeit wird bereits ein Weihnachtsbaum aufgestellt. Hugo, die Hausstaubmilbe, macht sich Sorgen, dass es zu einem Zimmerbrand kommen könnte und inspiziert den Baum, indem er vom Ende des untersten Astes (o.B.d.A seien nur an diesem Kerzen angebracht) bis zum Ende des direkt darüberliegenden Astes krabbelt und prüft, ob die Kerzen nicht direkt unter dem Ast angebracht sind. Dabei erhält er die folgenden Eingaben:

- $o$  für 10cm oben auf dem Ast zum Stamm hin krabbeln,
- $k$  anstelle von  $o$  falls dabei eine Kerze entdeckt wird,
- $s$  für am Stamm zum direkt darüberliegenden Ast hochkrabbeln,
- $u$  für 10cm unten am Ast vom Stamm weg krabbeln und
- $e$  wenn das Ende des Astes erreicht wurde.

Ein solches 'Inspektionsprotokollwort' wird also aus  $L(o^*k(o|k)^*su^*e)$  sein. Hugo verarbeitet das 'Inspektionsprotokollwort' nach Art eines Kellerautomaten, der im Zustand  $z_0$  beginnt, im Zustand  $z_4$  akzeptiert und wie folgt vorgeht:

$$\begin{aligned} z_0 o \# &\rightarrow z_0 \#, & z_0 k \# &\rightarrow z_1 D \#, & z_1 o D &\rightarrow z_1 D D, & z_1 k D &\rightarrow z_3 D, \\ z_1 s D &\rightarrow z_2 D, & z_2 u D &\rightarrow z_2 \epsilon, & z_2 e D &\rightarrow z_4 D, \\ z_3 \epsilon D &\rightarrow z_3 \epsilon, & z_3 \epsilon \# &\rightarrow z_1 D \# \end{aligned}$$

Ein Baum mit dem 'Inspektionsprotokollwort'  $okoosuuue$  ist beispielsweise akzeptabel, da der obere Ast vor der Kerze endet. Hingegen beschreibt  $okoosuuue$  einen brandgefährlichen Baum, weil der obere Ast direkt über der Kerze ist.

- a) Warum verwirft Hugo, wenn ein Ast 10cm über einer Kerze ist?
- b) Wie kann Hugo seine Vorgehensweise verändern ohne andere Symbole als  $D$  einzukellern, wenn er keine  $\epsilon$ -Übergänge machen will?
- c) Wie kann Hugo seine Vorgehensweise erweitern ohne andere Symbole als  $D$  einzukellern oder den Determinismus aufzugeben, wenn er mit leerem Keller akzeptieren will?
- d) Geben Sie eine Hugos Vorgehen entsprechende kontextfreie Grammatik an.
- e) Wie kann Hugo seine Vorgehensweise verändern, wenn er keine  $\epsilon$ -Übergänge machen will und auch den Determinismus nicht aufgeben will?
- f) (T) Ist es möglich, dass Hugo alle 3 Einschränkungen aus b), c) und e) gleichzeitig einhalten kann? (Begründung)